Logaritamske jednačine i nejednačine
Vrsta: Seminarski | Broj strana: 12 | Nivo: Gimnazija

1.Pojam logaritma

Sjetimo se pravila računanja sa potencijama:

am·an=am+n, am:an=am-n, (am)n=am·n

Uočimo da se operacije množenja, djeljenja i potenciranja potencija svode redom na zbrajanje, oduzimanje i množenje njihovih eksponenata. Pitanje je, mogu li se ovakve olakšice općenito koristiti ukoliko se brojevi prikažu kao potencije iste baze.

U tom slučaju se traženi eksponent može jednostavno odrediti kao što pokazuje ovaj primjer.

Primjer 1.

3x=9 EMBED Equation.3 3x=32 EMBED Equation.3 x=2.

Dok, u primjeru 3x=2, x je teže odrediti. To je, geometrijski govoreći, apscisa tačke u kojoj pravac y=2 siječe graf funkcije f(x)=3x .

Traženi x (apscisa sjecišta S) zasigurno postoji. Pitanje je kako ga odrediti.

Sl.1.1.

Eksponent x potencije 3x baze 3 čija je vrijednost 2, zove se logaritam broja 2 po bazi 3 i označuje log32=x, odnosno 3x=2. Taj važni pojam u matematici definirat ćemo i preciznije.

Logaritam zadanog broja N po bazi a jest eksponent x kojim treba potencirati bazu da se dobije zadani broj N. Simbolički zapis:

logaN=x ↔ ax=N, N>0, 0Još se kaže da je logaritam broja N po bazi a (ili za bazu a), što se zapisuje logaN, rješenje jednadžbe ax=N, odnosno eksponent x kojim treba potencirati bazu da se dobije broj N. Prema tome zapisi ax=N i logaN=x imaju isto značenje.

2.Pravila logaritmiranja

Za realne brojeve a>0, b>0 i n vrijede pravila:

1o log (a•b)=log a+log b (pravilo produkta),

2o log (a/b)=log a-log b (pravilo kvocijenta),

3o log an=n•loga (pravilo potencije).

Ova pravila primjenjuju se i čitaju i u suprotnom smjeru.

Npr. pravilo 1o čita se: zbir logaritama pozitivnih brojeva jednak je logaritmu produkta tih brojeva, itd.

Ono vrijedi i za proizvoljan broj faktora:

log(a1 · a2·...·an)=loga1+loga2+...+logan

Logaritam zbira (razlike) nije jednak zbiru (razlici) logaritama tih brojeva. To znači da jednakosti:

log(a±b)=log a±log b

nisu istinite (tačne).

3.Graf i svojstva logaritamske funkcije

Budući da je eksponencijalna funkcija f: R→R+, x (f(x)=ax, 0Efektivno se nalazi tako da se u zapisu y=ax zamjene varijable (simbol y se uzme za nezavisnu varijablu, označi sa x i nanosi na os apscisa, a simbol x se uzme za funkciju, označi sa y i nanosi na os ordinata) i dobije x=ay. Nakon logaritmiranja dobija se ekvivalentan zapis: